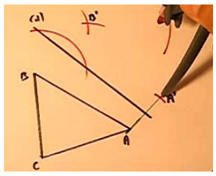
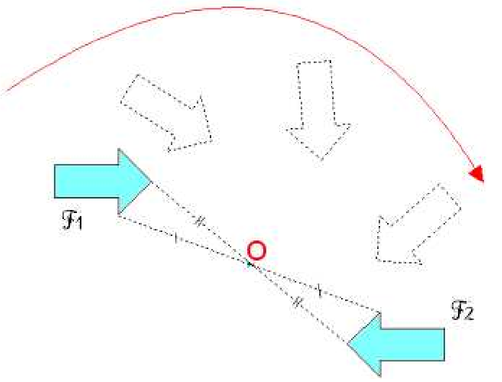
une transformation du plan : l'homothétie

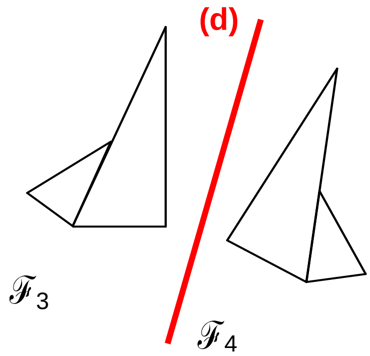
rappels :

On travaille sur la même surface plane (ici, une feuille de papier), la figure et son image sont dans le même plan !



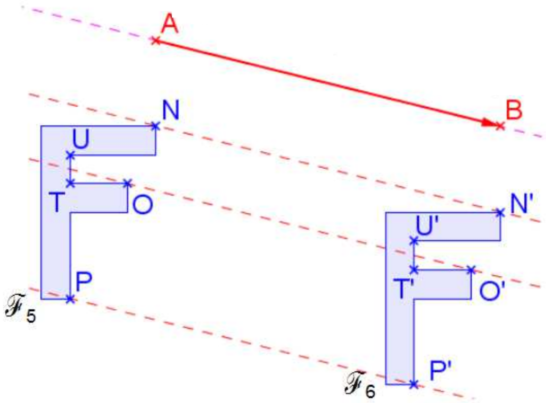
Les transformation du plan que nous connaissons :

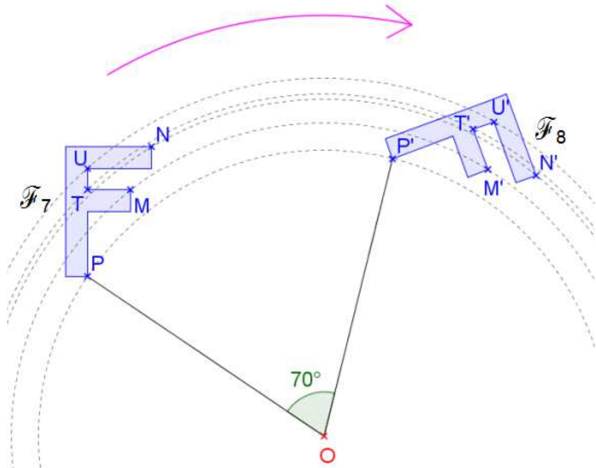




symétrie centrale
$\mathscr{F}_2$ est **l'image** de $\mathscr{F}_1$ **par la symétrie centrale de centre O.**
La **symétrie centrale** de centre O **transforme** $\mathscr{F}_1$ en $\mathscr{F}_2$

symétrie axiale
$\mathscr{F}_4$ est **l'image** de $\mathscr{F}_3$ **par la symétrie d'axe (d)**.
La **symétrie axiale** d'axe (d) **transforme** $\mathscr{F}_3$ en $\mathscr{F}_4$





translation
$\mathscr{F}_6$ est **l'image** de $\mathscr{F}_5$ **par la translation qui transforme A en B.**
La **translation** qui transforme A en B **transforme** $\mathscr{F}_5$ en $\mathscr{F}_6$

rotation
$\mathscr{F}_8$ est **l'image** de $\mathscr{F}_7$ par **la rotation de centre O et d'angle 70° dans le sens des aiguilles d'une montre.**
La **rotation de centre O, d'angle 70° dans le sens horaire** $\mathscr{F}_7$ en $\mathscr{F}_8$

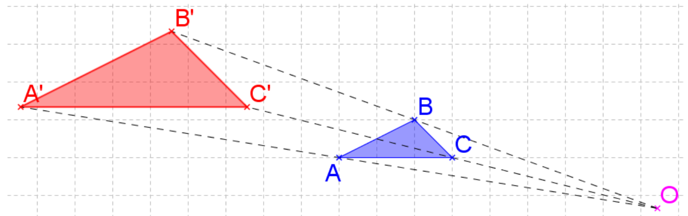
I) L'homothétie

définition : une **homothétie** est une transformation du plan qui **permet d'agrandir ou de réduire une figure**.

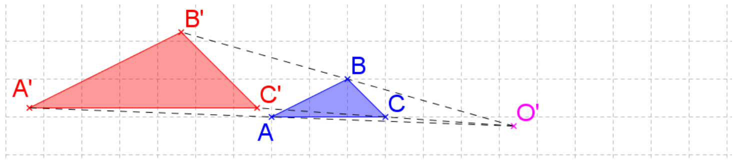
Pour la définir, on choisit :

- un point : appelé le centre de l'homothétie
- un nombre relatif non nul k : appelé le rapport de l'homothétie

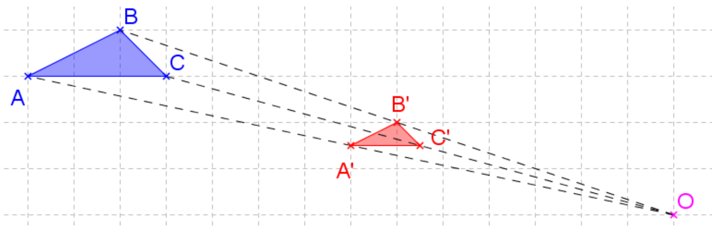
Ex :



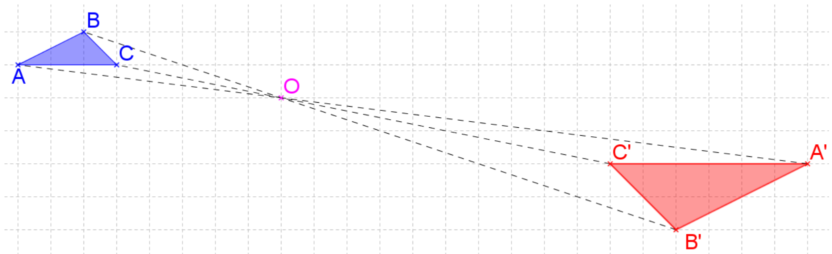
A'B'C' est l'image de ABC par l'homothétie de **centre O** et de rapport **2**. Elle correspond à un agrandissement.



A'B'C' est l'image de ABC par l'homothétie de **centre O'** et de rapport **2.** Elle correspond à un agrandissement.



A'B'C' est l'image de ABC par l'homothétie de **centre O** et de rapport **0,5.** Elle correspond à une réduction.



A'B'C' est l'image de ABC par l'homothétie de **centre O** et de rapport **– 2.** Elle correspond à un agrandissement.

remarque : Soit une homothétie de centre O et de rapport k (nombre relatif non nul)

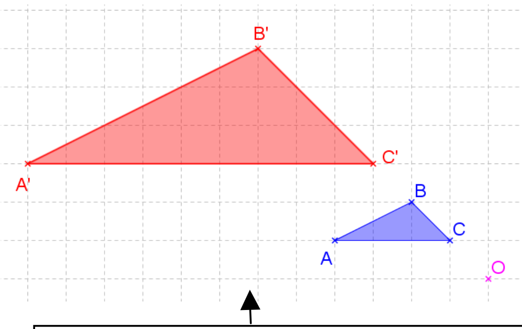
► **Si k > 1 ou k < –1**

l'homothétie provoque un agrandissement de la figure

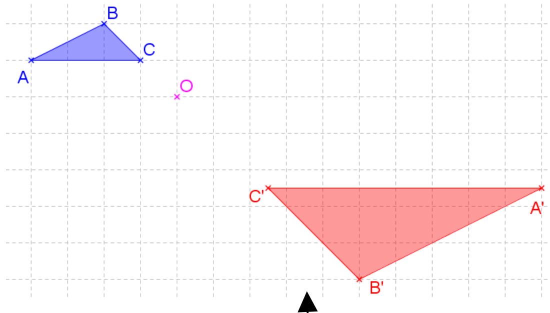
► **Si 0 < k < 1 ou –1 < k < 0**

l'homothétie provoque une réduction de la figure

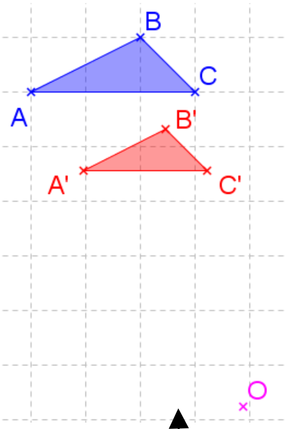
Ex : Soit un triangle ABC. A'B'C' est l'image de ABC par l'homothétie de centre O et de rapport k



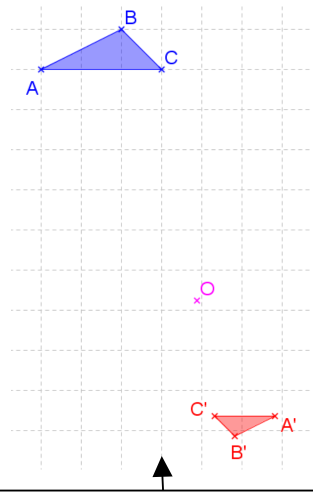
k = 3
A'B'C' est un **agrandissement** de ABC



k = –2,5
A'B'C' est un **agrandissement** de ABC



k = 0,75
A'B'C' est une **réduction** de ABC

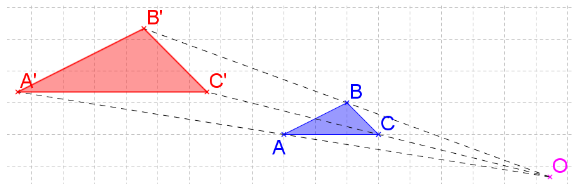


k = – 0, 5
A'B'C' est une **réduction** de ABC

II) Propriétés de l'homothétie

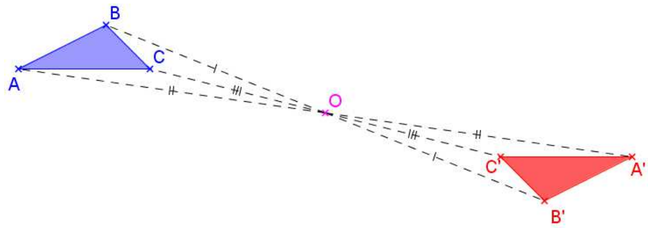
► le point, son image par l'homothétie et le centre de celle-ci sont alignés

A'B'C' est l'image de ABC par
l'homothétie de centre O et de rapport 2.
O, B, B' sont alignés



► une homothétie de rapport 1 ne transforme pas la figure

► une homothétie de rapport –1 est la symétrie centrale ayant pour centre celui de l'homothétie



A'B'C' est l'image de ABC par l'homothétie de
centre O et de rapport –1.
A'B'C' est le **symétrique de ABC par rapport à O**.

III) Construction

Pour construire l'image A' d'un point A par une homothétie de centre O et de rapport k.

► on trace la droite (OA)

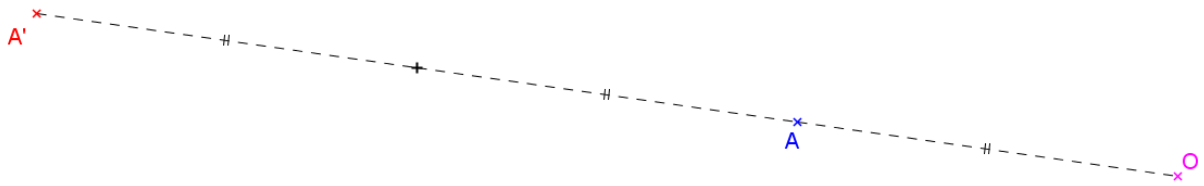
- si k>0, A' est du même côté que A par rapport au point O.
- si k<0, A' est du côté opposé à celui de A par rapport au point O.

► on reporte ensuite la longueur OA autant de fois que l'indique la distance à zéro de k

rappel : 3 et –3 ont la même distance à zéro soit 3 !!

Ex :
Soit A' l'image de A par l'homothétie de centre O et de rapport k.

- k = 3



- k = – 3